Estratto da *Bollettino dei Docenti di Matematica*, numero 48, maggio 2004, Bellinzona (Svizzera), UIM-CDC, pagg. 9-28

Quale matematica per la scuola elementare?[1]

Gianfranco Arrigo

In the past decades the didactic theory has put leaming at the heart of the matter, that is the pupil with his characteristics, his real life, his psychology, his social conditions, etc. At the same time, school work has been concentrating on the construction of knowledge by the pupil. Taking this into consideration, a school curriculum (of mathematics) cannot be restrieted to the traditional list of contents, even if coupled with considerations on method and on evaluation, but it must be oriented towards the concept of competence.

The article presents new suggestions for the renewal of the programme of mathernatics for the elementary school.

1. Un progetto educativo

Da qualche decennio la ricerca didattica -in particolare quella relativa alla matematica- e la letteratura specialistica rivolta agli insegnanti mettono in primo piano l'apprendimento, o, se si preferisce, l'allievo con le sue peculiarità, il suo vissuto (scolastico e no), la sua psicologia (a volte fragile o turbata; sempre in evoluzione), le sue condizioni sociali, ecc. Parallelamente, nella prassi didattica, ci si concentra sulla costruzione del sapere da parte dell'allievo, cercando da un lato le modalità più adatte per ottenere la migliore qualità dell'apprendimento, dall'altro di identificare gli ostacoli che vi si possono frapporre.

Se si accetta questa idea di fondo, si deve pure riconoscere che un curricolo scolastico (per esempio di matematica) non può limitarsi al tradizionale elenco dei contenuti, anche se questo dovesse essere accompagnato da considerazioni sul metodo e sulla valutazione. A giusta ragione si ritiene che un tale documento conceda troppo alla logica disciplinare, al "sapere" e, anche se in modo implicito, metta in primo piano l'insegnamento, a scapito dell'apprendimento.

Su un piano più specifico, si va dicendo che il soggetto che apprende dev'essere convenientemente stimolato e messo in condizione di contribuire in prima persona alla costruzione del proprio sapere, in modo che possa agire con una certa autonomia, sentirsi protagonista e riflettere su ciò che ha fatto, che sta facendo, che potrà fare.

La mia impressione è che gli insegnanti –chi più, chi meno- abbiano colto questo nuovo messaggio e cerchino di applicarlo meglio che possono in classe. Si trovano però a dover fare i conti con programmi obsoleti sia per quel che concerne i contenuti sia nella concezione pedagogico-filosofica, ancor troppo legata all'idea di portare gli allievi al raggiungimento di una lista di obiettivi contenutistici. Non è difficile capire che fin quando si continuerà a

[1] L'articolo è la rielaborazione della relazione che l'autore ha pronunciato alla "Giornata di riflessione-formazione per i direttori delle Scuole comunali", svoltasi presso la sede luganese dell'Università della Svizzera Italiana, il giorno 6 maggio 2004.

considerare l'insegnante un trasmettitore di conoscenza, convenientemente ruminata e pronta per essere assunta da allievi perfetti ricevitori, non si potrà ottenere il cambiamento al quale abbiamo appena accennato.

Occorre quindi che già nei programmi scolastici siano esplicitati chiaramente i nuovi ruoli che insegnanti e allievi sono chiamati ad assumere. L'insegnante non deve più essere depositario/trasmettitore di conoscenze, né responsabile unico dell'apprendimento di tutti, ma *ideatore, organizzatore, stimolatore* di attività che permettano agli allievi di costruirsi responsabilmente la propria conoscenza. D'altra parte l'allievo non deve più essere passivo ascoltatore, né diligente imitatore, né fedele riproduttore della conoscenza presentata dall'insegnante; al contrario, deve diventare *attivo, interessato, responsabile* e *cosciente del proprio apprendimento,* nel limite del possibile, ma in misura sempre maggiore.
Allora l'apprendimento assume l'aspetto di una partita giocata sull'acquisizione di un *modo di pensare matematico,* improntata allo sviluppo di *interessi,* di abilità *ragionative, intuitive, creative*.
Un tale progetto educativo deve poter contribuire -attraverso la pratica della matematica- alla formazione della personalità razionale, al consolidamento della fiducia in sé stessi, allo sviluppo di un gusto estetico (anche di carattere matematico), al raggiungimento di una cultura matematica.

2. Quali contenuti?

Anche se finora ho insistito sulle finalità formative, affermo che i contenuti specificamente matematici non vanno certo trascurati: non si può fare matematica prescindendo da un certo tessuto di conoscenze specifiche. Quest'ultimo però dev'essere funzionale all'apprendimento.

Dagli anni Sessanta agli anni Ottanta gli insegnanti hanno vissuto un periodo di grandi stravolgimenti dei contenuti scolastici di matematica. In brevissimo tempo si è passati da una matematica pratica, legata a un mondo contadino-artigianale (per chi si ricorda: i problemi del "tre semplice", del "tre composto", di miscuglio, di alligazione, di ripartizione proporzionale, ecc.) alla Matematica con la "M" maiuscola introdotta dalla riforma internazionale "Matematica moderna" degli anni Sessanta (in pratica si sono travasati contenuti tradizionalmente universitari nelle scuole secondarie ed elementari), per giungere infine a un caotico movimento di riflusso che ha portato al deprecabile gonfiamento dei programmi scolastici, ancora oggi sotto l'occhio di tutti.

Bastano questi pochi cenni di storia recente per capire che assumere la logica dei contenuti, come strumento principale nella definizione di un programma scolastico di matematica è operazione destinata al fallimento. A scanso di equivoci, intendo dire che se da un lato è umanamente impossibile (ed anche irragionevole) fissare su carta i contenuti ritenuti utili e importanti, dall'altro è pure illusorio voler fissare un elenco di "contenuti minimi". Chi ha tentato simili operazioni è tornato presto sui propri passi. Si potrebbe insomma azzardare (con la cautela del caso) che oggi tutto può essere utile e nulla indispensabile.

D'altra parte, non condivido nemmeno la posizione di chi sostiene che un contenuto vale l'altro e che, di conseguenza, ogni insegnante dev'essere lasciato libero di scegliere i concetti e le procedure matematiche da proporre in classe. O meglio: una possibilità di scelta la lascerei, ma mi preoccuperei che ciascun insegnante si appropriasse di solidi e corretti criteri di scelta conosciuti e condivisibili da tutti.

Quali possono essere questi criteri?
Per coerenza, iniziamo dall'allievo e chiediamoci **quali contenuti matematici potrebbero stimolare il suo interesse e quindi il piacere di apprendere**. Per esempio, ma senza anticipare nulla, ritengo che difficilmente l'alunno della scuola elementare si sentirebbe attratto a imparare l'algoritmo arabico della moltiplicazione (comunemente detto moltiplicazione in colonna), mentre invece potrebbe provare il desiderio spontaneo di imparare ad usare la calcolatrice o il computer.
Un secondo criterio può sicuramente concernere la cosiddetta **logica disciplinare** (cioè la matematica in quanto scienza finemente strutturata). Per esempio, mi sembra fuori di dubbio che, nella scuola elementare, non abbia senso apprendere la moltiplicazione prima dell'addizione. Ciò può portare anche alla scelta di contenuti che non passerebbero al vaglio del primo criterio. Da questo lato, apprendere la matematica è paragonabile a imparare a suonare uno strumento musicale. Soprattutto all'inizio, occorre pazientemente appropriarsi di conoscenze e tecniche anche se non si riesce ancora a vederne l'utilità. Ma, come succede allo strumentista in erba, che, tra un esercizio di solfeggio e l'esecuzione di una scala si diletta a suonare qualche frammento di musica importante, anche l'allievo che sta compiendo i primi passi in matematica deve potere provare il piacere di fare matematica, di vivere la matematica in prima persona, di lasciarsi affascinare da un'avventura nella quale è libero di pensare, di agire, di costruire. Questo può significare, per esempio, che all'allievo impegnato ad imparare le tabelline siano proposte stimolanti questioni riguardanti multipli e divisori di un numero, numeri primi e numeri composti, situazioni combinatorie, ecc. Così come l'apprendista pianista, che non riesce ad eseguire un passaggio di una sonata di Mozart, si dedica con rinnovato spirito agli esercizi di base –sorretto dalla speranza di tornare con successo sul brano di Mozart-, così il piccolo apprendista matematico che non riesce a concretizzare una sua congettura, per esempio sulla relazione di divisibilità, torna con determinazione a ristudiarsi le tabelline e quindi le relazioni fra divisori e multipli di un numero, allo scopo di acquisire importanti elementi per meglio precisare la congettura lasciata in sospeso.
Quest'ultima osservazione mi permette di presentare il terzo criterio che entra in gioco nella scelta dei contenuti, senza dubbio il più delicato e importante, ancorché poco adottato. Si tratta dell'**importanza culturale di ciò che s'intende insegnare**. Risulta evidente, per esempio, che il teorema di Euclide sull'infinità dei numeri primi racchiude in sé una valenza culturale ben maggiore della formula per il calcolo dell'area di un triangolo. Sarebbe estremamente scorretto ritenere che la scuola elementare non sia la sede adatta almeno per iniziare questo tipo di discorso. Lo sanno bene gli insegnanti abituati ad indagare sulle immagini mentali che i propri allievi si costruiscono: immagini grezze ma ricche di elementi, fra i quali anche rappresentazioni dell'infinito potenziale, che permettono loro di captare, per esempio, l'importanza del ragionamento di Euclide sull'esistenza di infiniti numeri primi.
Aggiungerei ancora un quarto criterio, con la consapevolezza di non essere stato esaustivo, ma di aver elencato –spero- i più importanti: il **criterio di utilità** del contenuto rispetto alle esigenze che la società richiede al futuro cittadino. In questo senso, per esempio, può essere più utile saper calcolare quanto tempo è trascorso tra le 7.45 e le 16.30, piuttosto che aver capito il senso del ragionamento di Euclide sulla numerosità dei numeri primi.

Comunque vengano scelti i contenuti, quelli relativi alla scuola elementare dovrebbero essere ben distribuiti fra le seguenti tre grandi categorie:

- I numeri
- La geometria
- Logica, combinatoria, probabilità

Occorre perciò sostituire il segmento tradizionale “numeri-geometria” col triangolo appena citato. Il che non significa -si badi bene- riproporre l’accozzaglia di contenuti verificatasi dopo la riforma “Matematica moderna”, ma dare spazio, in misura equilibrata alla terza categoria di contenuti, che si distingue dalle altre due per il suo carattere maggiormente formativo, culturale, stimolante per l’allievo.

2.1 Numeri

Comincio col dire che i numeri della scuola elementare sono fondamentalmente i numeri naturali. È pur vero che verso la quarta classe gli insegnanti introducono i numeri “con la virgola”, cioè, più correttamente, i numeri “decimali”, quelli che scritti in forma decimale hanno un numero finito di cifre dopo la virgola. Per il matematico sono i numeri razionali rappresentabili in forma frazionaria con il denominatore del tipo $2^k \cdot 5^h$ (k, h numeri naturali). Dico così per poter aggiungere che il passaggio ai numeri decimali non costituisce alcun ostacolo epistemologico di rilievo. In questa ottica, il numero 3,75 non è altro che 375 centesimi. Per esempio,
se siamo in grado di calcolare
$375 \cdot 2 = 750$
possiamo facilmente dedurre che
$3{,}75 \cdot 2$
è uguale a
$375 \cdot 2 = 750$ centesimi, cioè 7,5 unità.
Se dovessero insorgere particolari difficoltà nell’uso dei numeri decimali, occorre prendere atto che l’ostacolo è essenzialmente di natura didattica.
Un modo per introdurre sensatamente i numeri decimali consiste nel far capo alle misure delle grandezze. Per esempio,
36 mm sono 3 cm e 6 mm, cioè 3,6 cm,
3,75 franchi sono 375 centesimi.
Dunque, chi sa calcolare bene con i numeri naturali, può abbastanza facilmente estendere le proprie capacità al calcolo con numeri decimali.
Detto ciò, risulta evidente che l’apprendimento del calcolo va costruito essenzialmente nell’insieme dei numeri naturali.

La mia proposta è semplice, ma –purtroppo- la sua attuazione risulta delicata, per motivi estranei alla matematica. Eccola schematicamente:

- Potenziare il calcolo mentale facendo uso della scrittura matematica
- Abituare gli allievi a stimare i risultati usando convenienti arrotondamenti
- Insegnare ad usare convenientemente la calcolatrice.

Qualcuno penserà che non vi è nulla di nuovo nella mia proposta. Certo, ma la novità più difficile da accettare sta proprio in ciò che ho omesso: le operazioni in colonna. La mia proposta è di eliminarle dal programma.
Faccio seguire qualche esempio illustrativo della proposta.

Esempio 1

$27 + 33 = \dots$

$= 20 + 7 + 30 + 3 = (20 + 30) + (7 + 3) = 50 + 10 = 60$
$= (27 + 30) + 3 = 57 + 3 = 60$
$= (33 + 20) + 7 = \dots$
$= 33 + (30 – 3) = (33 + 30) – 3 = \dots$
(…)

Analogamente: $270 + 330 = \dots$ (sono 60 decine, cioè 600 unità).

Esempio 2
35,70 + 78,40 + 11,30 + 265,80 =
= (35 + 265) + (78 +11) + (0,70 + 0,30 + 0,40 + 0,80) =
= 300 + 78 + 2 + 9 + 1 + 0,40 + 0,60 + 0,20 = 390 + 1,20 = 391,20

Esempio 3
54 – 19 = …
= (54 – 10) – 9 = 44 – 9 = (44 – 4) – 5 = 40 – 5 = 35
oppure:
19 + 1 = 20 –> 20 + 34 = 54 –> 54 – 19 = 1 + 34 = 35
(…)
Analogamente: 540 – 190 = … (sono 35 decine, cioè 350 unità).

Esempio 4
7 · 8 = 56 (risultato memorizzato)
Analogamente:
70 · 8 = 560 = 7 · 80
70 · 80 = 5600
(…)

Esempio 5
43 · 6 = (40 + 3) · 6 = 40 · 6 + 3 · 6 = 240 + 18 = 258

254 · 9 = (200+50+4) · 9 = 200 · 9 + 50 · 9 + 4 · 9 = 1800 + 450 + 81 = 2250 + 36 = 2286
oppure:
254 · 9 = 254 · (10 – 1) = 2540 – 254 = …

Esempio 6
63 : 7 = 9
Analogamente:
630 : 7 = 90
630 : 70 = 9
63 : 70 = 0,9 = 6,3 : 7
0,63 : 7 = 0,09
(…)

Esempio 7
657 : 7 = ?
(630 + 27) : 7 = 630 : 7 + 27 : 7 = 90 + 3 resto 6 = 93 resto 6
oppure:
= 93 + 6 : 7 = 93, 8 resto 0,4
(…)

Esempio 8
657 : 71 = ?
Lo eseguiamo con la calcolatrice, ma…
siamo in grado di capire che il risultato è vicino a
630 : 70 = 9
La calcolatrice dà 9,253521…
(…)

In ciò che propongo vi sono due principi che non ho ancora espresso:

1. la calcolatrice è scomoda da usare, perciò il suo impiego dev’essere limitato: essenzialmente quando i numeri che entrano nel calcolo sono “complicati” e a condizione che si desideri ottenere un risultato esatto;
2. l’uso della calcolatrice non è molto affidabile, deve perciò essere accompagnato da una stima (anche grossolana) dei risultati.

La scomodità della calcolatrice consiste nel fatto che bisogna introdurre tutti i numeri che intervengono nel calcolo e poi, a seconda delle operazioni che si vogliono compiere, occorre usare in modo corretto i tasti relativi. Ciò da un lato rallenta sensibilmente il tempo reale di calcolo (che non è la frazione di secondo che i circuiti integrati impiegano per dare il risultato una volta premuto il tasto ”=”, ma il tempo che trascorre dal momento che viene assegnato il calcolo all’istante in cui appare il risultato sul display) e dall’altro introduce una tutt’altro che trascurabile probabilità di errore, che causa la citata inaffidabilità.
La credenza comune che la calcolatrice sia facile da usare e per di più diseducativa, dovrebbe a questo punto rivelarsi inconfutabilmente falsa. Essa si basa sull’idea comune che i calcoli concernano sempre due soli numeri: in questi casi la calcolatrice è (quasi) sempre vincente e convengo che la macchina può dare l’impressione di essere al servizio della pigrizia mentale. Ma, per fortuna nostra, se si pratica la matematica nel senso descritto in precedenza, si arriva ben presto (già nella scuola elementare) a dover eseguire algoritmi di una certa complessità, con più di due numeri. In questa situazione, l’uso della calcolatrice è basato sulle proprietà dell’aritmetica e il calcolo con la macchina si svolge nello stesso modo usato per calcolare espressioni numeriche e letterali, per risolvere equazioni, per manipolare formule, ecc.: insomma, si usa la calcolatrice e si fa matematica.
Per esempio, anche solo per calcolare
(72,90 + 12,30) : 3
non posso pigramente pigiare nell’ordine i tasti…

$\boxed{7}\ \boxed{2}\ \boxed{.}\ \boxed{9}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{.}\ \boxed{3}\ \boxed{:}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$

… ma devo interpretare correttamente le parentesi, cioè devo capire il linguaggio matematico e operare per esempio così

$\boxed{7}\ \boxed{2}\ \boxed{.}\ \boxed{9}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{.}\ \boxed{3}\ \boxed{=}\ \boxed{:}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$

Altro esempio:
455 : (43,8 + 47,2) = ?
anche in questo caso devo interpretare ben la scrittura matematica e agire per esempio così:

$\boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{:}\ \boxed{(}\ \boxed{4}\ \boxed{3}\ \boxed{.}\ \boxed{8}\ \boxed{+}\ \boxed{4}\ \boxed{7}\ \boxed{.}\ \boxed{2}\ \boxed{)}\ \boxed{=}$

oppure

$\boxed{4}\ \boxed{3}\ \boxed{.}\ \boxed{8}\ \boxed{+}\ \boxed{4}\ \boxed{7}\ \boxed{.}\ \boxed{2}\ \boxed{=}\ \boxed{:}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{=}\ \boxed{1/x}$

Oltre all'aspetto non indifferente dell'educazione alla scrittura matematica, il secondo modo mostra come anche nell'esecuzione di calcoli usuali (con la calcolatrice) possano celarsi occasioni per sviluppare la creatività.

Considerazioni analoghe non si possono fare per le operazioni in colonna. Anzi, come è già stato fatto notare da più parti, questo modo di calcolare tende a nascondere la matematica che soggiace. Basterebbe chiedere a un qualunque allievo di quinta elementare perché nella moltiplicazione in colonna, ad ogni riga successiva, si deve spostare la stringa di cifre di un posto a sinistra. O ancora, perché, alla fine si deve addizionare.
Altra considerazione: nell'addizione in colonna si inizia dalle unità. Ciò comporta un inconveniente tutt'altro che secondario: un errore sul riporto dalle unità influisce sulle decine (dunque viene moltiplicato per 10), il conseguente errore sul riporto alle centinaia viene di nuovo decuplicato e così via. Questo non succede ovviamente nel calcolo con la calcolatrice, ma nemmeno nel calcolo mentale, espresso con la scrittura matematica. Se si ritorna agli esempi 1, 2 e 5 si vede che né si corre il rischio della propagazione dell'errore né si lavora "a scatola chiusa", perché si è obbligati ad applicare le proprietà aritmetiche..

Vi sono parecchie situazioni nelle quali la calcolatrice risulta perdente nei confronti del calcolo mentale. Queste vanno sfruttate per creare una sorta di sfida alla calcolatrice e per mostrare che non sempre vale la pena ricorrere a questo mezzo di calcolo. Ecco qualche esempio:

$24 + 38 + 16 = (24 + 16) + 38 = 40 + 38 = 78$
con un po'di allenamento, questo calcolo può essere eseguito (senza scrivere nulla) in due secondi; in questo tempo nessuno riesce a introdurre nella calcolatrice i tre addendi e i comandi necessari per ottenere la somma desiderata.

$25 \cdot 57 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 57 = 100 \cdot 57 = 5700$
questo calcolo può essere eseguito mentalmente in due secondi; con la calcolatrice…

$6 + 5 + 5 + 4 + 6 + 6 + 5 + 5 + 6 + 4 + 4 + 4 + 4 = 6 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 24 + 20 + 20 = 64$
questo calcolo può essere eseguito mentalmente con tutta calma, notando su un foglio anche tutti i passaggi, perché inserire correttamente 13 numeri in una calcolatrice richiede tempo e concentrazione massima e, se si sbaglia o si perde il segno, occorre ricominciare daccapo.

Ora, si potrebbe obiettare che i miei esempi sono casi particolari, scelti a proposito, situazioni che di solito non s'incontrano. Indubbiamente sono casi singolari (e ne avrei qualche altro da proporre), ma quando si conoscono bene, col gioco degli arrotondamenti, ogni calcolo, anche il più complicato, può essere ricondotto a uno di essi. Ovviamente, non pretendiamo di trovare il risultato esatto, ma una sua stima. Perché, se fosse importante conoscere il risultato esatto, useremmo la calcolatrice. Per esempio:
$23{,}78 \cdot 57 \cdot 4{,}03 = ?$
stima
$23{,}78 \cdot 57 \cdot 4{,}03 \cong 25 \cdot 57 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 57 = 100 \cdot 57 = 5700$
calcolo esatto con la calcolatrice
$23{,}78 \cdot 57 \cdot 4{,}23 = 5733{,}596$

Altro esempio: gli allievi hanno il compito di misurare con la massima precisione la lunghezza dell'aula. Alcuni usano una bindella, altri la riga della lavagna, altri il centimetro

del sarto, ecc. Alla fine si raccolgono i risultati e si calcola la media aritmetica, che è ritenuta la misura più credibile.
Misure ottenute (in metri)
5,85 ; 5,20 ; 5,12 ; 4,0 ; 6,0 ; 6,20 ; 4,95 ; 4,98 ; 5,9 ; 3,9 ; 4,2 ; 4,0 ; 4,5
stima della somma
$\cong 6 + 5 + 5 + 4 + 6 + 6 + 5 + 5 + 6 + 4 + 4 + 4 + 4 = 6 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 24 + 20 + 20 = 64$
stima della media (al posto di 64 usiamo 65, che è il multiplo di 13 più vicino)
65 : 13 = 5
calcolo della media (con la calcolatrice)
Media(5,85 ; 5,20 ; 5,12 ; 4 ; 6,0 ; 6,20 ; 4,95 ; 4,98 ; 5,9 ; 3,9 ; 4,2 ; 4,0 ; 4,5) = 4,98…
Si noti che in questo caso la stima è addirittura più credibile della media, perché con scarti così grandi tra le varie misure e la media, non ha senso la precisione a meno di un centimetro.

Se ancora non si è convinti che non vale più la pena di introdurre le operazioni in colonna, per convincersene, basterebbe passarle al vaglio dei criteri stabiliti in precedenza.
Le operazioni in colonna:

- difficilmente stimolano nell’allievo interesse e piacere di apprendere;
- dal punto di vista strettamente matematico non hanno alcun interesse;
- non hanno un gran valore culturale, se si esclude un certo interesse storico; ma in questo caso dovrebbero essere inquadrate in un discorso più ampio, che tocchi altri interessanti algoritmi di calcolo sviluppati nell’antichità;
- non sono più utili, perché cadute in totale disuso.

2.2 Geometria

La mia proposta consiste nell’introdurre l’educazione geometrica come rappresentazione della realtà tridimensionale già a partire dalla prima classe. L’apprendimento dev’essere improntato all’attività euristica del reale, con frequenti passaggi dal mondo tridimensionale a quello bidimensionale, e viceversa, ripetendo questi passaggi ogni volta che se ne presenta l’opportunità. In quest’ottica, la geometria è vista essenzialmente come modello matematico della realtà fisica. Le forme geometriche sono caratteristiche degli oggetti reali; esse vengono rappresentate dapprima mediante modellini concreti (modelli scheletrati, oppure costruiti con plastilina, con cartoncino, ecc.), poi mediante disegni bidimensionali (schizzi a mano libera, disegni fatti con gli strumenti geometrici tradizionali, disegni realizzati su computer, ecc.). I problemi nascono nella realtà, vengono tradotti in problemi matematici (con l’ausilio di modellini o disegni), vengono risolti matematicamente: infine la soluzione va tradotta e adattata alla situazione reale.

Fin dalla prima classe, suggerisco di iniziare dall’osservazione di oggetti comuni, scatole, recipienti, elementi architettonici, con i quali i bambini possono giocare liberamente per effettuare le prime scoperte e analisi relative alle proprietà delle figure solide. Per poter eseguire le osservazioni è bene manipolare questi oggetti, farli rotolare, per scoprire ad esempio che il cilindro ha qualcosa di diverso dal parallelepipedo: il primo rotola con facilità, il secondo lo fa con non poche difficoltà. Si può così fare conoscenza con gli spigoli e le facce dei poliedri e con altri solidi non poliedrici.
Per ciascun solido a disposizione si cercano relazioni fra gli elementi. In particolare, per i poliedri, si può concentrare l’attenzione sulle facce, che sono poligoni (quindi figure piane), oppure sui vertici e sugli spigoli con l’aiuto di modelli scheletrati. Da questi si può poi passare ai modelli in cartoncino, che evidenziano la superficie, e infine, mediante opportuni tagli, ai loro sviluppi (e di nuovo ci si trova sul piano).

Queste attività vanno però inquadrate in un ambito di risoluzione di problemi. Interessanti esempi in tal senso si trovano, per esempio, sul testo (G. Arrigo-S. Sbaragli, 2004).

La geometria ha anche il suo aspetto metrico: in tal senso offre un'ottima occasione per apprendere i rudimenti su grandezze, unità di misura e misure. Le lunghezze, per prima cosa, come grandezze legate all'estensione di segmenti di linea (in particolare retta). Molto importante è il caso dell'area. Punto di partenza è senza dubbio la determinazione dell'area di un rettangolo: ossia il problema delle "tavolette di cioccolata", come si può scherzosamente chiamarlo[2]. Presuppone attività di ricoprimento del piano che aiutano a capire relazione basilare esistente fra la grandezza area (A), l'unità di misura (U) e la misura dell'area (m):
A = m U
relazione identica a quella più scontata riferita alle lunghezze.
Anche se non formalizzata, la comprensione di questa semplice quanto fondamentale relazione apre la strada all'estensione di questi concetti alle altre grandezze geometriche e ad alcune fisiche. In questo ambito si inseriscono anche le famigerate trasformazioni di unità di misura, da adottare con parsimonia.
Ma la proprietà più importante della misura (di qualunque grandezza) è l'additività. Per grandezze geometriche (lunghezze, ampiezze, aree, volumi) può essere espressa così. Siano F, F_1 e F_2 tre grandezze omgenee qualsiasi (omogenee significa della stessa natura; per esempio: tre lunghezze, tre aree, ecc.). Allora si ha:

$$\begin{cases} F = F_1 \cup F_2 \\ F_1 \cap F_2 = \varnothing \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad m(F) = m(F_1) + m(F_2) \qquad\qquad [m(F_1) = m(F) - m(F_2)]$$

Con gli allievi non è il caso di parlare di additività: in fondo fa parte del senso comune. È però importante che li si abitui a scomporre figure applicando concretamente la proprietà. Questa procedura matematica è particolarmente utile per il calcolo delle aree (e più tardi, nella scuola media, lo sarà per i volumi).
In teoria, chi ha acquisito una buona padronanza nella scomposizione di figure può permettersi di memorizzare soltanto la formula dell'area del rettangolo (tavoletta di cioccolata), perché da essa scaturiscono direttamente per additività le formule relative al parallelogrammo generico e al triangolo. Le altre figure, spesso celebrate come se fossero casi totalmente diversi, si possono ottenere pure per additività. Anzi, sostengo che è addirittura sconveniente memorizzare la formula che dà l'area del trapezio, così come quella dell'area dell'aquilone (caso particolare rombo) in funzione delle diagonali. Con ciò si fanno parecchi danni:

- si intasa la memoria inutilmente;
- si dà l'impressione che ciascun caso sia a sé stante, rafforzando così l'idea che la matematica sia una somma di nozioni sconnesse;
- si perde l'occasione di far acquisire agli allievi un metodo (della scomposizione) applicabile in generale.

Ma la geometria offre altri interessanti settori da scoprire, fra i quali mi sembra ragionevole citare:

---

[2] Ovviamente, nella scuola elementare non ha senso considerare il caso di rettangoli con dimensioni incommensurabili.

- la trasformazione di un poliedro in un grafo (operazione che simula lo schiacciamento del poliedro su un piano);
- la colorazione delle facce di un poliedro o di un grafo (ricerca del numero minimo di colori);
- la ricerca di una relazione fra i numeri di vertici, di spigoli e di facce in un poliedro;
- la ricerca di percorsi minimi lungo gli spigoli o sulla superficie di un poliedro;
- il problema (particolare ma interessante) delle diagonali di un cubo.

2.3 Logica, Combinatoria, Probabilità

È in questo ambito che troviamo forse gli elementi più innovativi della mia proposta. A differenza dei primi due (Numeri e Geometria) non vi sono contenuti specifici, ma abitudini mentali da acquisire, forme di ragionamento da padroneggiare, forme espressive e rappresentazioni schematiche da assumere con consapevolezza.

2.3.1 Logica

Da un lato dobbiamo curare l'espressione di proposizioni logiche mediante affermazioni del linguaggio naturale. Fra l'altro, questa è un'importante occasione di interdisciplinarità tra matematica e lingua materna. Fra le varie possibilità, citerei:

- la differenza tra le congiunzioni, "e" da una parte, e le disgiunzioni, "o inclusivo" (oppure, *wel*), "o esclusivo" (*aut*), dall'altra;
- la negazione;
- il "se …, allora…";
- i quantificatori "almeno…", "al massimo…", "solo…", (o "esattamente…"), "tutti".

D'altra parte è pure utile fornire agli allievi elementi per la schematizzazione del ragionamento logico. Suggerisco di usare opportunamente le tabelle a doppia entrata e i diagrammi di Euler-Venn.

Esempio 1

Fabio, Giulia, Mauro e Nadia possiedono, ciascuno, **un solo** animale.
I loro animali sono un cane, un canarino, un gatto e un pesce.
L'animale di Mauro ha il pelo.
Quello di Fabio ha 4 zampe.
Nadia ha un uccellino.
Giulia **e** Mauro **non** possiedono gatti.

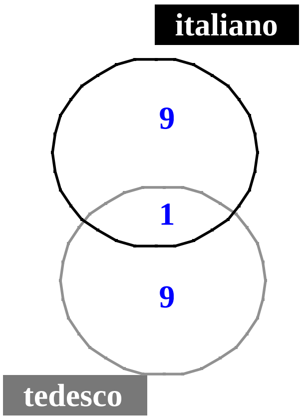
La soluzione può essere trovata mediante una tabella a doppia entrata nella quale si inseriscono, una dopo l'altra, le informazioni date (in esse notiamo alcuni importanti elementi logici, in grassetto). Ecco la tabella completata:

	Fabio	Giulia	Mauro	Nadia
pesce	X	O	X	X
gatto	O	X	X	X
canarino	X	X	X	O
cane	X	X	O	X

(I cerchietti indicano la giusta appartenenza.)

Esempio 2
In una classe di 19 allievi, 10 parlano italiano e 10 parlano tedesco.
È possibile? Che cosa si può dire delle lingue parlate da questi allievi?

La prima reazione consiste nel far notare che 10+10=20 e non 19, quindi che il problema sembra contenere un errore nei dati.
Dicendo però "parlano italiano" non si dice "parlano **solo** italiano", dunque non si esclude che **almeno un** allievo parli due lingue. La situazione può essere espressa, per esempio, con l'ausilio di un diagramma di Venn…



… che ci fa capire che in quella classe esiste un solo allievo che parla le due lingue.

Come mostrano gli esempi prodotti, non si tratta di far apprendere determinate nozioni né particolari procedure frutto di una trasposizione didattica della logica simbolica, bensì di far acquisire agli allievi dei "saper fare" procedurali e strategici che stanno alla base del ragionamento matematico e che sono anche strumenti importanti nella risoluzione di problemi.

2.3.2 Combinatoria
Un discorso analogo può essere fatto anche per l'educazione al pensiero combinatorio. Ritengo sia importante, oggi, abituare l'allievo ad affrontare (semplici) problemi di matematica discreta. Più che altro, è necessario che l'insegnante sia cosciente dell'esistenza di questo aspetto dell'apprendimento e sappia cogliere e sfruttare convenientemente le innumerevoli occasioni che si prestano per sviluppare un ragionamento combinatorio.
In sostanza, alla scuola elementare, ci si può limitare a porsi domande del tipo:

- quali sono?
- quanti sono?
- come continua la successione?

Domande, queste, che si propongono agli allievi tempestivamente e in modo che risultino pertinenti all'attività che si sta svolgendo. Con ciò non voglio escludere che qualche volta si possa eseguire in classe un lavoro essenzialmente centrato su questioni combinatorie, purché non sia la norma. Occorre infatti evitare il pericolo che l'allievo si convinca che questo tipo di ragionamento sia isolato dal resto della matematica che sta imparando. Il pensiero logico e quello combinatorio dovrebbero diventare strumenti familiari di lavoro, come le nozioni e le procedure correnti della matematica scolastica. L'obiettivo finale (la competenza verso la quale tendere) dovrebbe essere l'atteggiamento dell'allievo che, di fronte a una situazione non dichiaratamente combinatoria, ma che contenga elementi di questa natura, si ponga autonomamente le domande sopraccitate e imposti di conseguenza un iter risolutivo.

Esempio 1
Nel calcolo mentale sono importanti le scomposizioni additive e moltiplicative di un numero. Nel primo ciclo della scuola elementare si potrebbe assegnare agli allievi il seguente compito: *Completa la "margherita del 12"*, con riferimento alla figura 1.
Oltre all'invitare l'allievo a trovare divisori di 12, la domanda posta esige che siano trovate **tutte** le possibili scomposizioni.
Tentare a caso di trovarne qualcuna può anche essere un modo di iniziare, ma per raggiungere la certezza di trovarle tutte, occorre, per esempio, stabilire un criterio sistematico per generare i vari prodotti di due fattori. Uno di questi è indicato nella figura 2.

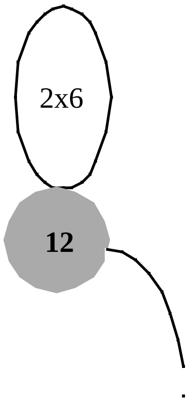


figura 1

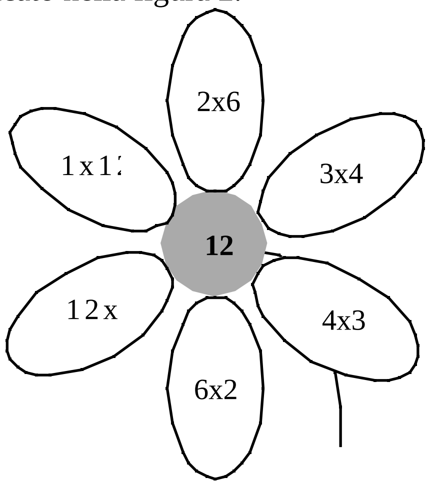


figura 2

Il ragionamento combinatorio può essere impostato così:

inizio da 1	1 x 12
poi passo a 2	2 x 6
poi vado a 3	3 x 4
continuo con 4	4 x 3
con 5 non va!	
con 6	6 x 2
con 7 non va!	
con 8 non va!	
con 9 non va!	
con 10 non va!	
con 11 non va!	
con 12	12 x 1

e ho finito.
Il ragionamento combinatorio mi permette di dire con sicurezza che non vi sono altre possibilità -al di fuori di quelle trovate- di esprimere il numero 12 come prodotto di due numeri naturali.

Esempio 2
In una classe è stato assegnato il seguente (tradizionale) problema:
Il signor Calice ha acquistato 400 bicchieri che gli sono costati 3,60 Fr l'uno.

Durante il trasporto ne ha però rotti 24.
Nonostante l'inconveniente decide che dalla vendita dei bicchieri vuole guadagnare la somma stabilita in precedenza, cioè 910 Fr.
A quanti franchi dovrà vendere ogni bicchiere?
Un rapido calcolo porta alla soluzione
$(3,60 \cdot 400 + 910) : (400 - 24) = 6,25 \quad [\mathrm{Fr}]$
Ma non è questo che interessa al momento. Un'attività combinatoria interessante può iniziare, una volta che gli allievi hanno raggiunto la soluzione.
In questo problema entrano in gioco i seguenti elementi:

- il numero di bicchieri acquistati (NUBI)
- il costo al pezzo (COPE)
- il numero di bicchieri rotti nel trasporto (BIRO)
- la somma che il negoziante vuole guadagnare (GUAD)
- il prezzo di vendita di un bicchiere (PREZ)

Se si conoscono 4 di questi elementi, si può trovare il quinto. Nasce allora la seguente domanda: quanti tipi di problema si possono costruire partendo da questa situazione?
Ecco individuato una possibile attività combinatoria, che può essere affrontata con l'ausilio di una tabella a doppia entrata:

NUBI	**COPE**	**BIRO**	**GUAD**	**PREZ**
dato	dato	dato	dato	**?**
dato	dato	dato	**?**	dato
dato	dato	**?**	dato	dato
dato	**?**	dato	dato	dato
?	dato	dato	dato	dato

La tabella mi garantisce che non vi sono altri tipi di problema con solo questi elementi.
Vi sono casi più interessanti: quelli in cui i dati indipendenti sono di meno. Per esempio, nel caso di calcoli di natura metrica concernenti un rettangolo, si possono considerare i seguenti elementi: base (BASE), altezza (ALTE), perimetro (PERI), area (AREA). La novità è che in questo caso basta assegnare **due** di questi dati. La tabella può essere costruita nel modo seguente:

BASE	**ALTE**	**PERI**	**AREA**
dato	dato	?	?
dato	?	dato	?
dato	?	?	dato
?	?	dato	dato
?	dato	?	dato
?	dato	dato	?

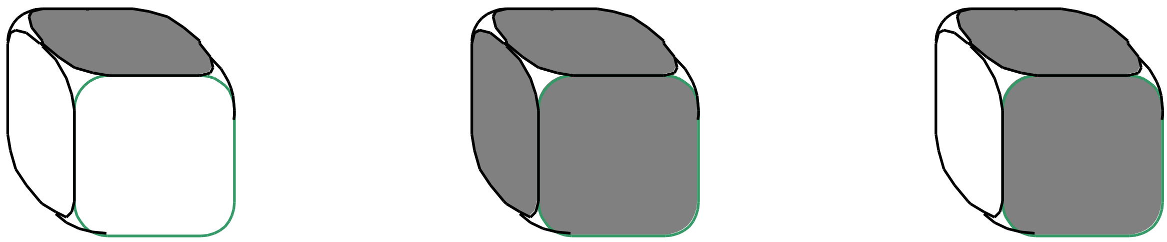
Non vi sono altre possibilità. Un buon esercizio di contorno potrebbe consistere nel far costruire agli allievi un problema per ciascun caso (che siano in grado di risolvere).

2.3.3 Probabilità

Una componente essenziale della matematica dei nostri giorni è il calcolo delle probabilità. Questa teoria può essere definita come la matematizzazione della casualità. Il caso, l'evento casuale (o aleatorio: termine dotto che deriva dal latino *alea* che significa gioco di dadi, rischio) ha sempre affascinato l'uomo e in particolare gli spiriti matematici. Questi, nel corso

dei millenni, ma in modo accentuato a partire dal XVI secolo, hanno cercato a più riprese di dare una sistemazione matematica al concetto soggettivo di probabilità. Solo nel XX secolo, grazie al russo Andrei N. Kolmogorov, fu raggiunta una sistemazione assiomatica che promosse la disciplina “calcolo delle probabilità” a branca della matematica al pari delle altre (teoria dei numeri, algebra, geometria, ecc.). Agli inizi ci si preoccupò quasi esclusivamente di risolvere problemi che assillavano i giocatori d’azzardo. Molto conosciuta è la storia che, a metà del XVII secolo, vede protagonisti un accanito giocatore d’azzardo, il Cavaliere de Méré, Pascal e Fermat. Il primo sapeva riflettere sulle varie situazioni che nascevano nell’ambito del gioco e comunicava poi i suoi dubbi, le sue perplessità, i suoi problemi a quella grande mente che era Blaise Pascal, il quale, a sua volta, stimolava l’amico e matematico Pierre de Fermat. Inutile dire che queste relazioni produssero parecchia conoscenza matematica e prepararono il terreno a Pierre Simon de Laplace (grande figura della Rivoluzione francese), il quale costruì una prima chiara definizione di probabilità matematica, che oggi si usa indicare con l’appellativo “probabilità classica”. Essa è valida solo in ambito finito e contiene il vizio logico di definire la probabilità di un evento, basandola su eventi elementari dichiarati a priori equiprobabili. Ma, a partire dal XX secolo, il calcolo delle probabilità s’impone non solo come strumento per indagare fenomeni casuali, ma anche per matematizzare fenomeni deterministici, troppo complessi per essere trattati con metodi matematici esatti. Oggi il calcolo delle probabilità è alla base della fisica, rende plausibile l’inferenza statistica, entra nelle modellizzazioni economiche e finanziarie, così come in quelle della biologia e persino delle scienze umane.
Parallelamente, il calcolo delle probabilità tocca da vicino anche il cittadino comune, il quale viene sempre più messo a confronto con i risultati di indagini demoscopiche, di previsioni e di proiezioni, che non sempre sa interpretare in modo corretto. Da qui nasce la necessità di educare i giovani al pensiero probabilistico già nella scuola obbligatoria, iniziando se possibile nella scuola elementare. Non si creda che l’idea di probabilità sia estranea al mondo infantile: anzi, l’idea soggettiva di probabilità è molto sviluppata nei bambini. Essi la affinano soprattutto nel gioco, quando devono operare scelte suscettibili di aumentare la probabilità di vincere, oppure prima di impegnarsi in una scommessa. La scuola può fare leva su queste idee pregresse e portare l’allievo a oggettivare maggiormente la stima dei valori di probabilità. Tutto ciò, come già detto, attraverso giochi e attività in situazione, senza la pretesa di giungere a formalizzazioni, ma con l’obiettivo di costruire abiti mentali che a poco a poco aiuteranno l’allievo, quando sarà il momento, a dare senso ai concetti e alle procedure tipiche di questa importante branca della matematica.

Esempio 1



primo dado	**secondo dado**	**terzo dado**
2 facce bianche	3 facce bianche	4 facce bianche
4 facce grigie	3 facce grigie	2 facce grigie

L’allievo è invitato a scegliere uno dei tre dadi e a lanciarlo. Se il risultato è “grigio”, riceve un dolce; se il risultato è bianco, non riceve nulla.

Quale dado conviene scegliere, per avere maggiore probabilità di ricevere il dolce?
Quale invece scegliere, se non si vorrebbe ricevere il dolce?

È molto probabile che all'inizio gli allievi scelgano a caso, oppure fidandosi solo delle tre facce visibili. Ma col passare del tempo, se il gioco viene ripetuto più volte, gli allievi si indirizzeranno sui dadi che hanno più facce del colore desiderato.
Per chi ama i dolci, le cose appaiono così:

- il primo dado dà 4 possibilità su 6 di ricevere il dolce
- il secondo dado dà 3 possibilità su 6 di ricevere il dolce
- il terzo dado dà 2 possibilità su 6 di ricevere il dolce.

Normalmente, il bambino, dopo qualche tentativo, si orienterà verso il primo dado.
Il passaggio alla probabilità matematica (classica), se lo si vuole fare, può avvenire nel modo seguente:

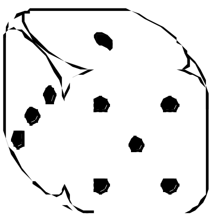
$$4 \text{ possibilità su } 6 \longrightarrow \text{probabilità} = \frac{4}{6}$$

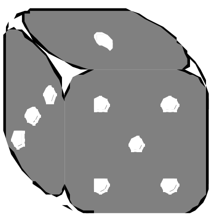
$$3 \text{ possibilità su } 6 \longrightarrow \text{probabilità} = \frac{3}{6}$$

$$2 \text{ possibilità su } 6 \longrightarrow \text{probabilità} = \frac{2}{6}$$

Come già accennato, questi valori di probabilità sono corretti a condizione che le sei facce del dado abbiano la stessa probabilità di uscire. Un tale dado, in realtà, non esiste, ma lo si può considerare un modello matematico e come tale atto a descrivere la realtà in modo più o meno fedele.

Esempio 2
Lanciamo due dadi (distinguibili per ragioni didattiche) con le facce numerate da 1 a 6. Ammettiamo che ciascuna faccia di ciascun dado abbia probabilità 1/6 di apparire (dado ideale). Per ogni lancio calcoliamo la somma dei punti usciti sui due dadi: qual è la somma più probabile?





Un modo per rispondere alla domanda consiste nell'aiutarsi con due tabelle a doppia entrata; una che simuli tutti i casi possibili (tabella a), l'altra dedotta dalla prima sostituendo le coppie di numeri con la loro somma (tabella b).

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

tabella a

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

tabella b

Risulta facile allora concludere che la somma più probabile è 7, che 2 e 12 sono le meno probabili, che 6 è più probabile di 4, che esiste una simmetria nella distribuzione di probabilità, e così via.
Ma tutte le considerazioni fatte si riferiscono a un dado ideale, dunque irreale; che cosa succede se usiamo un dado "vero"? È l'inizio di un bel lavoro statistico, di una bella riflessione metacognitiva sulla diversa natura del modello matematico e del fenomeno reale. Una riflessione che può essere ripresa e proposta in altre occasioni e che aiuta l'allievo a dare senso alla matematica che affronta a scuola.

3. Come imparare?

3.1 Verso la competenza

Vogliamo decisamente e coscientemente impostare l'insegnamento della matematica nella scuola elementare ispirandoci al concetto di competenza? Mi sembra più di una proposta: una necessità. Sul piano teorico vorrebbe dire tenere conto degli sviluppi e dei risultati più recenti della didattica, e quindi proporre un insegnamento aggiornato. Inoltre, finalmente, ciò porterebbe a un'impostazione unitaria dell'insegnamento su tutto l'arco della scolarità obbligatoria, visto che tale impostazione, almeno nelle intenzioni programmatiche, è stata abbracciata dalla scuola media con l'introduzione del nuovo "Piano di formazione".

Se siamo d'accordo con questa scelta, dobbiamo seriamente riflettere su come operare per fare in modo che gli insegnanti colgano correttamente i principi che stanno alla base della "competenza" e sappiano agire di conseguenza nella loro prassi didattica.

Iniziamo dai principi teorici. Dico subito che il concetto di competenza non è del tutto nuovo: ciò dovrebbe tranquillizzare gli insegnanti. Non è altro che la sistemazione teorica, la formalizzazione, di diversi aspetti del processo di apprendimento, che in misura più o meno esplicita sono già conosciuti dagli insegnanti. Fra le varie teorizzazioni, trovo esemplare per chiarezza e precisione la sistemazione di Bruno D'Amore (D'Amore, Godino, Arrigo, Fandiño Pinilla, 2003). Eccola i sintesi:

- Un **contenuto** è una porzione limitata di sapere, ristretta ad un certo ambito e limitata ad un certo soggetto, un certo tema specifico, un certo elemento di tale sapere.
- Una **conoscenza** è, allo stesso tempo:
  - la rielaborazione di contenuti in modo autonomo, per raggiungere una meta;
  - il risultato di tale elaborazione.

  Una conoscenza può coinvolgere uno o più contenuti.
- La **competenza** è un concetto complesso e dinamico:
  - complesso perché è l'insieme di due componenti: uso (esogeno) e padronanza (endogena), anche elaborativi, interpretativi e creativi, di conoscenze che collegano contenuti diversi;

- dinamico: perché la competenza racchiude in sé come oggetto non solo le conoscenze chiamate in causa, ma fattori metaconoscitivi: l'accettazione dello stimolo a farne uso, il desiderio di farlo, il desiderio di completare le conoscenze che si rivelassero, alla prova dei fatti, insufficienti e dunque lo stesso desiderio di aumentare la propria competenza.

Per esempio, fra i pochi automatismi di calcolo che i bambini della scuola elementare devono raggiungere, vi sono sempre state -e continuano ad esserci- le cosiddette *tabelline*. Queste costituiscono un contenuto. Diventano conoscenza quando gli allievi elaborano questa conoscenza. Possono dapprima mettere in relazione la moltiplicazione tra numeri naturali con un'addizione nella quale tutti gli addendi sono uguali.
Così: $5·3 = 5+5+5$ oppure $5·3=3+3+3+3+3$.
Questa osservazione è importante perché costituisce uno dei due strumenti che permettono di costruire le tabelline. Infatti, se so che $5·3=15$ e non mi ricordo il prodotto $5·4$, basta che addizioni 5 al 15 e ottengo 20. Chiamo questo modo di fare "metodo additivo".
C'è però un altro strumento che permette di costruire tabelline. Se conosco $5·3=15$ e voglio sapere il prodotto $5·6$, siccome $6=3·2$, basta moltiplicare per 2 il 15 e ottengo $5·6=30$. Chiamo questo modo di fare "metodo moltiplicativo".
Inoltre è utile che, già in questa fase, gli allievi conoscano l'automatismo della moltiplicazione per 10 e la scomposizione di un numero in decine e unità (che include ciò che più tardi chiameranno proprietà distributiva). Potranno così facilmente calcolare prodotti oltre il 100 . Per esempio:
$26·4 = (20 + 6)·4 = 20·4 + 6·4 = 80 + 24 = 104$.
Un primo livello di competenza viene raggiunto quando l'allievo, di fronte a una situazione che comprende anche la necessità di eseguire (semplici) moltiplicazioni, decide di calcolare mentalmente, è in grado di scegliere le strategie di calcolo opportune, prova piacere nel calcolare mentalmente e si sente di sfidare un compagno che usa la calcolatrice.

3.2 Matematica viva, matematica morta

Per chi avesse ancora qualche perplessità…
La matematica è bella. Lo è perché è viva. È viva se la si pratica, non se si è costretti ad assistere a una sua presentazione fatta da un adulto, che si esprime in un linguaggio adulto, giustificato da pretese esigenze di rigore.
La matematica morta è fatta di paginate di calcoli numerici o letterali, di teoremi completi di ipotesi/tesi/dimostrazione, di teorie fatte di definizioni/lemmi/teoremi.
La matematica viva è alimentata dalla curiosità, dal bisogno di conoscere, dalla necessità di capire il mondo che ci circonda ed è fatta di problemi, di situazioni problematiche, di interrogativi.
La matematica morta viene subita dall'allievo, il quale anche se riesce a capirne i dettagli tecnici non capisce la necessità di affrontare i vari argomenti, non riesce a dare senso a ciò che sta imparando. In questo senso è significativa la domanda che gli allievi pongono "a che cosa serve tutto ciò?", domanda alla quale qualche insegnante pensa, illudendosi, di poter rispondere con un classico "abbiate pazienza, lo vedrete più tardi".
Vivere la matematica significa educare la mente a pensare in modo razionale, a porsi domande e a cercare di rispondere senza conoscere la soluzione fornita dalla matematica ufficiale; significa sviluppare le capacità di analizzare, di sintetizzare/schematizzare, di tentare soluzioni, di formulare ipotesi, di verificare, di intuire, di creare le proprie immagini mentali dei vari concetti. Significa giungere alla concettualizzazione, alla teorizzazione, alle

regole e ai teoremi, che però sono situati alla fine di un percorso e perciò immersi in un contesto che dà loro senso e sostanza.
Vivere la matematica è anche praticarla con piacere, con desiderio di conoscere sempre di più, di raggiungere nuovi livelli di competenza; è sviluppare armoniosamente le capacità potenziali dei giovani; è provare piacere per la ricerca; è preparare i giovani ad affrontare positivamente la complessa realtà del mondo di oggi.
Facciamo in modo che a scuola viva la matematica.

Bibliografia

Arrigo G., *Il calcolo a scuola, ovvero: l'inizio di un cambiamento epocale*, Bollettino dei docenti di matematica, nr. 40 maggio 2000, UIM/CDC Bellinzona

Arrigo G., *Il calcolo a scuola (2): l'uso della calcolatrice*, Bollettino dei docenti di matematica, nr. 43 dicembre 2001, UIM/CDC Bellinzona

Arrigo G. – Sbaragli S., *Salviamo la geometria dello spazio!,* Carocci editore, Roma, (in corso di pubblicazione)

Bozzolo Colombo C. – Costa A. (a cura di), Collana *"Ricostruiamo la matematica"*, *"Nel mondo dei numeri e delle operazioni"* volumi 1-6, *"Nel mondo della geometria"* volumi 1-5, *"Nel mondo della matematica"* volumi 1-2, Erickson, Gardolo – Trento, 2002/3/4

D'Amore B., *Problemi di matematica nella scuola primaria*, Pitagora Editrice, Bologna, 2003.

D'Amore B., Godino J. D., Arrigo G., Fandiño Pinilla M., *Competenze in matematica*, Pitagora editrice, Bologna, 2003